

Zygmunt Towarek

MECHANIKA OGÓLNA

Zagadnienia wybrane

Wydanie II uzupełnione

Politechnika Łódzka

Łódź 2017

Recenzenci pierwszego wydania:
prof. dr hab. inż. Wiesław Ostachowicz
prof. dr hab. inż. Jan Osiecki

Redaktor Naukowy Wydziału Organizacji i Zarządzania
prof. dr hab. inż. Tomasz Kapitaniak

© Copyright by Politechnika Łódzka 2017

WYDAWNICTWO POLITECHNIKI ŁÓDZKIEJ
90-924 Łódź, ul. Wólczańska 223
tel. 42-631-20-87, 42-631-29-52
fax 42-631-25-38
e-mail: zamowienia@info.p.lodz.pl
www.wydawnictwa.p.lodz.pl

ISBN 978-83-7283-829-2

Nakład 200 egz. Ark. druk. 16,0. Papier offset. 80 g, 70 x 100
Druk ukończono w maju 2017 r.
Wykonano w Drukarni Quick-Druk, 90-562 Łódź, ul. Łąkowa 11
Nr 2218

Prezentowane opracowanie jest drugim wydaniem skryptu „Mechanika ogólna. Zagadnienia wybrane”. Wydanie to zostało uzupełnione licznymi przykładami zadań, mających ułatwić zrozumienie i przyswojenie materiału teoretycznego, przedstawionego w postaci twierdzeń, definicji i wzorów. Skrypt przeznaczony jest dla studentów uczelni technicznych i dostosowany do programu przedmiotu *mechanika techniczna*.

Skrypt zawiera treści prowadzonego na kilku kierunkach Wydziału Mechanicznego Politechniki Łódzkiej wykładu z *mechaniki technicznej* i stanowi podstawową wiedzę z mechaniki punktu i ciała sztywnego, niezbędną do studiowania wielu przedmiotów technicznych na wszystkich specjalnościach tego Wydziału. Jest on również formą podręcznego poradnika dla inżynierów zajmujących się konstruowaniem i eksploatacją dynamiczną maszyn i urządzeń.

Myszę więc, że przygotowany skrypt będzie interesującą pozycją dla wielu studentów i inżynierów, którzy chcą nie tylko poznać, ale i wykorzystać w pracy inżynierskiej podstawową wiedzę z *mechaniki*.

Autor

SPIS TREŚCI

WSTĘP	9
CZEŚĆ I. STATYKA.....	11
1.1. Pojęcia podstawowe.....	11
1.1.1. Podstawowe określenia. Prawa Newtona.....	11
1.1.2. Więzy i ich oddziaływania (reakcje).....	13
1.2. Układ sił zbieżnych.....	16
1.2.1. Wypadkowa płaskiego układu sił zbieżnych	16
1.2.2. Analityczne warunki równowagi płaskiego zbieżnego układu sił	17
1.2.3. Twierdzenie o trzech siłach.....	21
1.2.4. Wypadkowa przestrzennego zbieżnego układu sił.....	23
1.2.5. Warunki równowagi przestrzennego zbieżnego układu sił.....	24
1.3. Tarcie i prawa tarcia	28
1.4. Płaski dowolny układ sił.....	32
1.4.1. Moment siły względem punktu.....	32
1.4.2. Wypadkowa dwóch sił równoległych	35
1.4.3. Para sił. Równoważność par sił działających w płaszczyźnie..	39
1.4.4. Redukcja płaskiego dowolnego układu sił.....	42
1.4.5. Warunki równowagi płaskiego dowolnego układu sił	45
1.5. Opór przy toczeniu.....	50
1.6. Tarcie ciągłe o stały krążek.....	52
1.7. Przestrzenny dowolny układ sił	57
1.7.1. Moment siły względem punktu w przestrzeni.....	57
1.7.2. Moment siły względem osi	58
1.7.3. Twierdzenia o parach sił działających w przestrzeni	60
1.7.4. Redukcja przestrzennego dowolnego układu sił do danego punktu	62
1.7.5. Warunki równowagi przestrzennego dowolnego układu sił	63
1.7.6. Niezmienniki przestrzennego układu sił. Skrętnik, oś centralna	64
1.8. Środki ciężkości.....	71
1.8.1. Środki ciężkości powierzchni	74
1.8.2. Środki ciężkości linii.....	75
1.8.3. Środki ciężkości niektórych linii, powierzchni i brył Środek ciężkości łuku koła	76
1.8.4. Twierdzenia Pappusa-Guldina	82

CZĘŚĆ II. KINEMATYKA	86
2.1. Kinematyka punktu	86
2.1.1. Ruch punktu w opisie analitycznym	86
2.1.2. Ruch punktu po torze	87
2.1.3. Prędkość punktu	88
2.1.4. Przyspieszenie punktu. Przyspieszenie we współrzędnych naturalnych	91
2.1.5. Przyspieszenie punktu w opisie analitycznym	94
2.1.6. Prędkość i przyspieszenie punktu w układzie biegunowym na płaszczyźnie	95
2.1.7. Wybrane przypadki ruchu punktu	97
2.2. Kinematyka ciała sztywnego	106
2.2.1. Położenie ciała w przestrzeni. Stopnie swobody	106
2.2.2. Związek między prędkościami dwu punktów ciała sztywnego	108
2.2.3. Ruch postępowy ciała sztywnego	111
2.2.4. Ruch obrotowy ciała sztywnego	112
2.2.5. Ruch płaski ciała sztywnego	118
2.2.5.1. Prędkość punktu w ruchu płaskim	121
2.2.5.2. Przyspieszenie punktu w ruchu płaskim	125
2.2.6. Ruch kulisty ciała sztywnego	132
2.3. Ruch złożony punktu – wiadomości	138
CZĘŚĆ III. DYNAMIKA	145
3.1. Prawa Newtona	145
3.2. Dynamika punktu materialnego	147
3.2.1. Dynamiczne równania ruchu punktu materialnego	147
3.2.2. Równania ruchu nieswobodnego punktu materialnego	148
3.2.3. Szczególne przypadki ruchu punktu materialnego	157
3.3. Pęd punktu i układu punktów materialnych	165
3.3.1. Pęd punktu materialnego	165
3.3.2. Pęd układu punktów materialnych	167
3.4. Prawo ruchu środka masy	172
3.5. Zasada d'Alemberta	174
3.6. Momenty bezwładności ciała sztywnego	181
3.6.1. Moment bezwładności i moment odśrodkowy	181
3.6.2. Twierdzenie Steinera. Moment bezwładności względem osi obróconej	185
3.6.3. Momenty bezwładności wybranych ciał jednorodnych	189
3.7. Kręt punktu i układu punktów materialnych	195
3.7.1. Kręt punktu materialnego	195
3.7.2. Kręt układu punktów materialnych	197

3.7.3. Kręt układu punktów materialnych względem dowolnego punktu	200
3.7.4. Kręt ciała w ruchu obrotowym.....	202
3.7.5. Kręt ciała sztywnego w ruchu kulistym.	204
3.8. Dynamika ruchu obrotowego i płaskiego ciała sztywnego.....	208
3.8.1. Dynamika ruchu obrotowego	208
3.8.2. Dynamika ruchu płaskiego.....	211
3.9. Dynamika ruchu kulistego równania Eulera.....	217
3.10. Praca i moc siły. Energia kinetyczna	221
3.10.1. Praca i moc siły	221
3.10.2. Energia kinetyczna punktu. Prawo zmienności energii kinetycznej punktu materialnego.....	224
3.10.3. Prawo zmienności energii kinetycznej układu punktów materialnych	227
3.10.4. Energia kinetyczna ciała sztywnego	229
3.10.5. Praca siły sprężystej. Praca momentu siły	232
3.11. Podstawy teorii uderzenia	238
3.11.1. Uderzenie swobodne	239
3.11.2. Uderzenie nieswobodne	241
3.11.3. Środek uderzenia.....	245
3.12. Zakończenie.....	247
Bibliografia.....	248

WSTĘP

Mechanika ogólna jest to nauka zajmująca się ruchem ciał materialnych. Często także używana nazwa mechanika teoretyczna określa podstawowe prawa ruchu, dotyczące modeli ciał rzeczywistych jakimi są punkt materialny oraz ciało doskonale sztywne. Mechanika ogólna składa się z dwu podstawowych działów: kinematyki i dynamiki. Kinematyka zajmuje się opisem ruchu punktu lub ciała sztywnego w czasie, bez uwzględniania przyczyn wywołujących ten ruch, natomiast dynamika zajmuje się ruchem przyjętego modelu ciała rzeczywistego w zależności od działających na niego sił. Jeśli działający na ciało układ sił pozostaje w równowadze, rozważamy szczególny przypadek dynamiki tego ciała, polegający na jego spoczynku. Ten stan zachowania się ciała został wyodrębniony z dynamiki i nosi nazwę statyki. Tak więc ze względów dydaktycznych, jak i rozwoju historycznego, mechanikę dzielimy na statykę, kinematykę i dynamikę.

Początki rozwoju mechaniki jako nauki ścisłej sięgają czasów starożytnych. Pierwsze prace dotyczące maszyn prostych zawdzięczamy Archytasowi z Tarenu oraz Arystotelesowi (IV wiek p.n.e.), który stwierdził, że każdy ruch musi wynikać z właściwej przyczyny. Podstawy statyki natomiast zawdzięczamy Archimedesowi (III wiek p.n.e.). Podał on prawa działania dźwigni, dodawania sił równoległych, oraz wprowadził pojęcie środka ciężkości.

Znaczący rozwój mechaniki odnosi się do drugiego tysiąclecia czasów nowożytnych. Na przełomie XV i XVI wieku Leonardo da Vinci (1452-1519) przedstawił opracowania związane z toczeniem krążka, zjawiskiem tarcia, równoległoboku sił czy momentu siły, ale pełne opracowanie zasad statyki zawdzięczamy Kartezjuszowi (1596-1650), który prawa te uporządkował w dziele „Traktat o mechanice” wydanym po jego śmierci w 1668 roku. Odkrycie Mikołaja Kopernika (1473-1543) dało początek nowemu spojrzeniu na rolę układu odniesienia w badaniu ruchu planet i przyczyniło się do sformułowania zasady równoważności ruchów względnych w układzie słonecznym (heliocentrycznym).

Podstawy mechaniki teoretycznej zawdzięczamy Isaacowi Newtonowi (1642-1727), który w oparciu o fakty doświadczalne sformułował i opublikował prawa dynamiki dla ciała w ruchu postępowym, gdyż w ruchu tym wszystkie punkty poruszają się identycznie. Ponieważ w ruchu dowolnym ciała jego punkty mogą wykonywać ruchy różne, obecnie prawa Newtona formułuje się dla punktu materialnego, z możliwością przeniesienia na układy punktów.

Prace Newtona dały początek bardzo szybkiemu rozwojowi mechaniki, a szczególnie metod matematycznych, tworząc podstawy mechaniki analitycznej. Szczególne zasługi w rozwoju mechaniki ciała sztywnego i podstaw mechaniki analitycznej mają Leonhard Euler (1707-1783), Jean d'Alembert (1717-1783), Ludwik Lagrange (1736-1813), Carl Friedrich Gauss (1777-1855), Rowan Hamilton (1805-1865), czy Paul Emil Appel (1855-1930).

Rozwój nauk fizycznych, przypadający na wiek XX, uściślił prawa mechaniki klasycznej związane ze zjawiskami atomowymi, tworząc dziedzinę nauki zwaną mechaniką kwantową. Początki mechaniki kwantowej stworzyli Max Planck (1858-1947), Erwin Schrodinger (1887-1961) i Paul Dirac (1902-1984). Innym ważnym osiągnięciem tego stulecia jest uściślenie praw mechaniki związanych z opisem masy poruszającego się ciała. Twórcą teorii względności dającej podstawy mechaniki relatywistycznej, w której uwzględniono relatywistyczną zmienność masy, jest Albert Einstein (1879-1955).

Mechanika klasyczna ostatniego stulecia związana jest z takimi nazwiskami, jak: I.W. Mieszczercki (1859-1935), T. Huber (1872-1950), czy S. Banach (1892-1945). Sformułowali oni i podali podstawowy zakres mechaniki ogólnej i teoretycznej, który z różnymi modyfikacjami jest przekazywany na wszystkich uczelniach technicznych.

Przyjmowany w mechanice analitycznej model zastępczy ciała rzeczywistego, jako ciała doskonale sztywnego, jest oczywistym uproszczeniem. Uproszczenie to pozwala na uzyskanie prostego i przejrzystego obrazu praw i zasad rządzących ruchem, jednak w wielu zagadnieniach technicznych taki model ciała jest niewystarczający i należy uwzględnić jego odkształcenia. Problemami tymi dla ciał stałych zajmuje się mechanika ciała odkształcalnego (teoria sprężystości, teoria plastyczności, reologia), dla cieczy – mechanika płynów (hydromechanika) i dla gazów – mechanika gazów (areomechanika).