

SPIS TREŚCI

WSTĘP	7
1. PRZESTRZEŃ KARTEZJAŃSKA n -WYMIAROWA I JEJ STRUKTURY	15
1.1. Struktura liniowa przestrzeni kartezjańskiej	15
1.2. Standardowy iloczyn skalarny w \mathbb{R}^n	17
1.3. Metryka kartezjańska w przestrzeni kartezjańskiej	21
1.4. Iloczyn skalarny w dowolnej przestrzeni wektorowej. Ortogonalizacja Grama-Schmidta	24
1.5. Orientacja przestrzeni wektorowej	29
1.6. Zadania	30
2. POJĘCIE IZOMETRII, GRUPY IZOMETRII ORAZ GRUPY SYMETRII DOWOLNEJ FIGURY	33
2.1. Figury, izometrie i ich niezmienniki, grupy izometrii figur	33
2.2. Elementarne przykłady izometrii	34
2.3. Grupy izometrii	35
2.4. Niezmienniki izometrii	37
2.5. Zadania	39
3. WEKTORY ZACZEPIONE I SWOBODNE	40
3.1. Wektory zaczepione	40
3.2. Wektory swobodne	43
3.3. Struktura afiniczna	53
3.4. Zadania	54
4. POSTAĆ ANALITYCZNA IZOMETRII OKREŚLONEJ NA CAŁEJ PRZESTRZENI KARTEZJAŃSKIEJ	55
4.1. Liniowość odwzorowania indukowanego przez funkcję zachowującą odległość	55
4.2. Zachowywanie iloczynu skalarnego przez izometrię	57
4.3. Macierze ortogonalne	58
4.4. Postać analityczna izometrii określonej globalnie	61
4.5. Zadania	64
5. IZOMETRIE ELEMENTARNE	66
5.1. Obroty elementarne	66
5.2. Izometrie elementarne	67
5.3. Izometrie zachowujące orientację a izometrie elementarne	69
5.4. Zadania	73
6. PROSTA W PRZESTRZENI n -WYMIAROWEJ	75
6.1. Geometryczna definicja prostej	75

6.2.	Prosta jako warstwa względem jednowymiarowej podprzestrzeni wektorowej	75
6.3.	Wektory równoległe do prostej	79
6.4.	Równanie wektorowe prostej	80
6.5.	Równania parametryczne prostej	81
6.6.	Odcinek	81
6.7.	Półproste w \mathbb{R}^n	84
6.8.	Osie w \mathbb{R}^n	85
6.9.	Prostokątny kartezjański układ współrzędnych	85
6.10.	Równania prostej na płaszczyźnie kartezjańskiej \mathbb{R}^2	86
6.11.	Kąt płaski niezorientowany i kąt płaski zorientowany	89
6.12.	Zadania	96
7.	ZMIANA PROSTOKĄTNEGO UKŁADU WSPÓLRZĘDNYCH NA PŁASZCZYŹNIE \mathbb{R}^2	98
7.1.	Obroty i przesunięcia prostokątnego układu współrzędnych	98
7.2.	Równanie figury geometrycznej w nowym układzie współrzędnych	101
7.3.	Zadania	102
8.	HIPERPLASZCZYZNY	103
8.1.	Geometryczna definicja hiperpłaszczyzny	103
8.2.	Hiperpłaszczyzna jako warstwa względem podprzestrzeni wektorowej	103
8.3.	Część wspólna hiperpłaszczyzn	106
8.4.	Macierz i wyróżnik ciągu punktów	110
8.5.	Wektory równoległe i prostopadłe do hiperpłaszczyzny. Rzut prostopadły	117
8.6.	Przecięcie dwóch hiperpłaszczyzn	125
8.7.	Kąt liniowy między $(n - 1)$ -wymiarowymi hiperpłaszczyznami	127
8.8.	Pęki $(n - 1)$ -wymiarowych hiperpłaszczyzn w \mathbb{R}^n	128
8.9.	Odległość punktu od hiperpłaszczyzny zadanej układem równań	132
8.10.	Iloczyn wektorowy w \mathbb{R}^3	137
8.11.	Zadania	140
9.	PRZYKŁADY ZASTOSOWAŃ WSPÓLRZĘDNYCH KARTEZJAŃSKICH DO GEOMETRII EUKLIDESOWEJ PŁASZCZYZNY	144
9.1.	Symetralna odcinka	144
9.2.	Dwusieczne kątów między przecinającymi się prostymi	145
9.3.	Trzy proste przecinające się i trzy proste równoległe	145
9.4.	Współrzędne barycentryczne	147
9.5.	Twierdzenie Menelausa i twierdzenie Cevy	150

10.	CALKOWITA JEDNORODNOŚĆ PRZESTRZENI KARTEZJAŃSKIEJ	160
10.1.	Definicja całkowitej jednorodności przestrzeni metrycznej	160
10.2.	Całkowita jednorodność przestrzeni kartezjańskich	160
10.3.	Zadania	164
11.	SYMETRIE WZGLĘDEM HIPERPLASZCZYZNY	165
11.1.	Symetria względem k -wymiarowej hiperpłaszczyzny w \mathbb{R}^n	165
11.2.	Symetria względem prostej w \mathbb{R}^2	167
11.3.	Izometria płaszczyzny jako złożenie symetrii osiowych	173
11.4.	Zadania	176
12.	STOŻKOWE	177
12.1.	Przekroje stożka	177
12.2.	Okrąg	178
12.3.	Elipsa	180
12.4.	Hiperbola	185
12.5.	Parabola	189
12.6.	Zadania	195
13.	KRZYWE ALGEBRAICZNE STOPNIA DRUGIEGO	198
13.1.	Równanie wektorowe krzywej algebraicznej stopnia drugiego	198
13.2.	Rodzaje krzywych stopnia drugiego	203
13.3.	Twierdzenia o sprowadzaniu do postaci kanonicznej	204
13.4.	Sprowadzanie do postaci kanonicznej w przypadku eliptycznym i hiperbolicznym	212
13.5.	Sprowadzanie do postaci kanonicznej krzywych typu parabolicznego	215
13.6.	Przykłady: Badanie typu krzywej algebraicznej drugiego stopnia. Przypadek eliptyczny i hiperboliczny	219
13.7.	Przykłady: Sprowadzanie do postaci kanonicznej krzywych typu parabolicznego	225
13.8.	Powierzchnie stopnia drugiego (zarys teorii)	230
13.9.	Zadania	235
14.	GRUPA IZOMETRII I GRUPA SYMETRII FIGURY PŁASKIEJ	237
14.1.	Pojęcie grupy symetrii figury	237
14.2.	Grupa symetrii kwadratu	238
14.3.	Grupa dihedralna, grupa symetrii wielokąta foremnego	243
14.4.	Skończone podgrupy grupy izometrii płaszczyzny	248
14.5.	Zadania	256
	Literatura	258